

Zestaw 1 dodatkowy

1. Udowodnij za pomocy dowodu kombinatorycznego następujące tożsamości:

a) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k},$

b) $\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{n-m}{n-k},$

c) $\sum_{i=0}^k \binom{m}{i} \binom{n}{i} = \binom{m+n}{k}.$

2. Dany jest graf G o n wierzchołkach i m krawędziach. Wyznacz oraz uzasadnij wzór na:

a) liczbę ścieżek P_3 indukowanych w grafach G oraz \overline{G} łącznie,

b) liczbę ścieżek P_3 w grafach G oraz \overline{G} łącznie.

3. Niech $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Ile jest:

a) hipergrafów etykietowanych k -jednorodnych o zbiorze wierzchołków V , gdzie $k \in \{1, 2, \dots, n\}$?

b) hipergrafów etykietowanych o zbiorze wierzchołków V będących drzewami bez singletonów o dokładnie dwóch krawędziach?

c) hipergrafów etykietowanych o zbiorze wierzchołków V będących drzewami bez singletonów o dokładnie trzech krawędziach?